

长沙环境保护职业技术学院

2023 年单独招生《数学》考试样卷

姓名_____ 准考证号_____ 成绩_____

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

1、设 A、B 是两个集合，则“ $A \cap B = A$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的（ ）

A、充分不必要条件； B、必要不充分条件； C、充要条件； D 既不充分也不必要条件

2、设函数 $f(x) = \ln(1+x) - \ln(1-x)$ ，则 $f(x)$ 是（ ）

A、奇函数，且在 $(0,1)$ 是增函数； B、奇函数，且在 $(0,1)$ 是减函数；

B、偶函数，且在 $(0,1)$ 是增函数； D、偶函数，且在 $(0,1)$ 是减函数。

3、若圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 8y + m = 0$ 外切，则 $m =$ （ ）

A、21； B、9； C、19； D、-11

4、复数 $\frac{(1+i)^2}{1-i}$ 等于（ ）

A、 $1+i$ ； B、 $1-i$ ； C、 $-1+i$ ； D、 $-1-i$

5、某单位有青年职工 160 人，中年职工人数是老年职工人数的 2 倍，老、中、青职工共有 430 人。为了解职工身体状况，现采用分层抽样方法进行调查，在抽取的样本中有青年职工 32 人，则该样本中的老年职工人数为（ ）

A、36； B、9； C、27； D、18

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

1、 $\int_0^2 (x-1)dx =$ _____；

2、等比数列中， $a_2 = 1$ ， $a_8 = 64$ ，则 $a_5 =$ _____；

3、已知向量 $a = (2,1)$ ， $b = (1,-2)$ ，若 $ma + nb = (9,-8)$ ($m, n \in \mathbb{R}$)，则 $m-n$ 的值为_____；

4、若直线的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ (t 为参数)，则直线的斜率为_____；

5、已知点 $P(\sin \theta, \cos \theta)$ 是角 α 终边上的一点，其中 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ ，则与角 α 终边相同的最小正角为_____；

三、解答题（本大题共 2 小题，每小题 20 分，共 40 分）

1、已知函数 $y = (\sin x + \cos x)^2$.

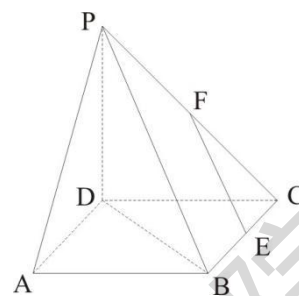
(1) 求它的最小正周期和最大值；

(2) 求它的递增区间。

2、如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 、 F 分别为 BC 和 PC 的中点.

(1) 求证： $EF \parallel$ 平面 PBD ；

(2) 如果 $AB=PD$ ，求 EF 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值.



长沙环境保护职业技术学院

2023 年单独招生《数学》考试样卷答案

一、选择题

1、C 2、A 3、B 4、C 5、D;

二、填空题

1、0; 2、-3; 3、8 或 -8; 4、 $-\frac{3}{2}$; 5、 $\frac{11\pi}{6}$

三、解答题

1、(13) 解: (1) $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 = 2 \sin x \cos x + 1 = \sin 2x + 1$

$\therefore f(x)$ 的最小正周期 $T = \pi$, $f(x)_{\max} = 2$

(2) 由 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

得 $k\pi - \frac{\pi}{4} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{4}$,

$\therefore f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}\right] (k \in \mathbb{Z})$

2、证: (1) 在 $\triangle PBC$ 中, E、F 为 BC 和 PC 的中点, 所以 $EF \parallel BP$. 因此

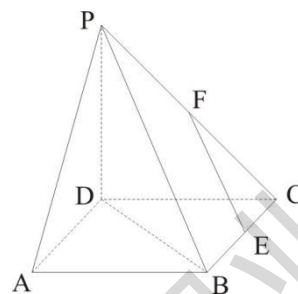
$$\left. \begin{array}{l} EF \parallel PB \\ EF \not\subset \text{平面} PBD \\ PB \subset \text{平面} PBD \end{array} \right\} \Rightarrow EF \parallel \text{平面} PBD$$

(2) 因为 $EF \parallel BP$, $PD \perp$ 平面 ABCD, 所以 $\angle PBD$ 即为直线 EF 与平面 ABCD 所成的角.

又 ABCD 为正方形, $BD = \sqrt{2} AB$,

所以在 $\text{Rt}\triangle PBD$ 中, $\tan \angle PBD = \frac{PB}{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 EF 与平面 ABCD 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$



第 2 题图